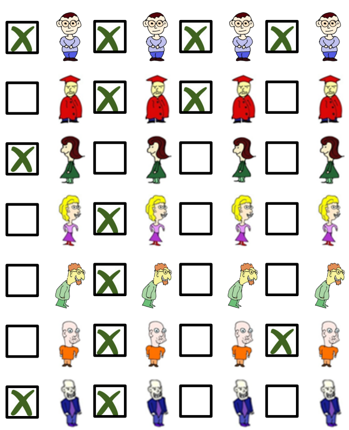
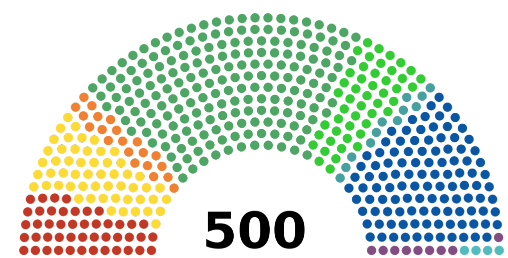
Proporcjonalne algorytmy liczenia głosów



Piotr Skowron

Uniwersytet Warszawski



Model podziału miejsc parlamentarnych

1. Mamy m partii politycznych: $P_1, P_2, \ldots, P_m$.

Model podziału miejsc parlamentarnych

1. Mamy m partii politycznych: $P_1, P_2, \ldots, P_m$.

2. Mamy n wyborców. Każdy wyborca oddaje głos na jedną partię.

   Niech n_i oznacza liczbę głosów oddanych na partię P_i

   (oczywiście, $\sum_{i=1}^{m} n_i = n$).

Model podziału miejsc parlamentarnych

1. Mamy m partii politycznych: $P_1, P_2, \ldots, P_m$.

2. Mamy n wyborców. Każdy wyborca oddaje głos na jedną partię.
   Niech n_i oznacza liczbę głosów oddanych na partię P_i
   (oczywiście, $\sum_{i=1}^{m} n_i = n$).

3. Chcemy podzielić k miejsc parlamentarnych pomiędzy partie
   polityczne.

Model podziału miejsc parlamentarnych

1. Mamy m partii politycznych: $P_1, P_2, \ldots, P_m$.

2. Mamy n wyborców. Każdy wyborca oddaje głos na jedną partię.

   Niech n_i oznacza liczbę głosów oddanych na partię P_i

   (oczywiście, $\sum_{i=1}^{m} n_i = n$).

3. Chcemy podzielić k miejsc parlamentarnych pomiędzy partie

   polityczne.

   (**Naszym celem jest zrobienie tego w sposób proporcjonalny!**)

Przykładowe zastosowania modelu

1. Podział miejsc w parlamencie pomiędzy partie.

Przykładowe zastosowania modelu

1. Podział miejsc w parlamencie pomiędzy partie.

2. Podział miejsc w Parlamencie Europejskim pomiędzy kraje członkowskie.

Przykładowe zastosowania modelu

1. Podział miejsc w parlamencie pomiędzy partie.

2. Podział miejsc w Parlamencie Europejskim pomiędzy kraje członkowskie.

3. Podział głosów elektorskich pomiędzy stany w USA.

Dwa przykłady podziału

Przykład 1:

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	10	20	20	50
#miejsc	?	?	?	?

Liczba miejsc parlamentarnych: $k = 10$.

Dwa przykłady podziału

Przykład 1:

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	10	20	20	50
#miejsc	1	2	2	5

✓

Liczba miejsc parlamentarnych: $k = 10$.

Dwa przykłady podziału

Przykład 1:

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	10	20	20	50
#miejsc	1	2	2	5

✓

Przykład 2:

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	6	7	39	48
#miejsc	?	?	?	?

?

Liczba miejsc parlamentarnych: $k = 10$.

Dwa przykłady podziału

Przykład 1:

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	10	20	20	50
#miejsc	1	2	2	5

✓

Przykład 2:

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	6	7	39	48
#miejsc	0.6	0.7	3.9	4.8

Ułamki!

Liczba miejsc parlamentarnych: $k = 10$.

Dwa przykłady podziału

Przykład 1:

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	10	20	20	50
#miejsc	1	2	2	5

✓

Przykład 2:

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	6	7	39	48
#miejsc	0	1	4	5

?

Liczba miejsc parlamentarnych: $k = 10$.

Dwa przykłady podziału

Przykład 1:

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	10	20	20	50
#miejsc	1	2	2	5

✓

Przykład 2:

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	6	7	39	48
#miejsc	1	1	4	4

?

Liczba miejsc parlamentarnych: $k = 10$.

Dwa przykłady podziału

Przykład 1:

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	10	20	20	50
#miejsc	1	2	2	5

✓

Przykład 2:

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	6	7	39	48
#miejsc	0	0	4	6

?

Liczba miejsc parlamentarnych: $k = 10$.

Dwa przykłady podziału

Przykład 1:

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#g				
#r				

Pr

#g				
#miejsc	0	0	4	6

Różne metody podziału dają różne rezultaty

Liczba miejsc parlamentarnych: $k = 10$.

Dwa przykłady podziału

Liczba miejsc parlamentarnych: $k = 10$.

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	6	7	39	48

Dolna kwota: partia P_i powinna otrzymać co najmniej $\left\lfloor k \cdot \frac{n_i}{n} \right\rfloor$ miejsc.

Dwa przykłady podziału

Liczba miejsc parlamentarnych: $k = 10$.

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	6	7	39	48
dolna kwota	0	0	3	4

Dolna kwota: partia P_i powinna otrzymać co najmniej $\left\lfloor k \cdot \frac{n_i}{n} \right\rfloor$ miejsc.

Dwa przykłady podziału

Liczba miejsc parlamentarnych: $k = 10$.

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	6	7	39	48
dolna kwota	0	0	3	4
górna kwota	1	1	4	5

Dolna kwota: partia P_i powinna otrzymać co najmniej $\left\lfloor k \cdot \frac{n_i}{n} \right\rfloor$ miejsc.

Górna kwota: partia P_i powinna otrzymać co najwyżej $\left\lceil k \cdot \frac{n_i}{n} \right\rceil$ miejsc.

Metoda największych reszt

(aka metoda Hamiltona lub metoda Harea-Niemeyera)

1. Najpierw każdej partii przypisujemy dolną kwotę.
2. Następnie sortujemy partie po rozmiarze reszty $k \cdot \frac{n_i}{n} - \left\lfloor k \cdot \frac{n_i}{n} \right\rfloor$ i przypisujemy pozostałe miejsca do partii, które mają największe reszty.

Metoda największych reszt

(aka metoda Hamiltona lub metoda Harea-Niemeyera)

1. Najpierw każdej partii przypisujemy dolną kwotę.
2. Następnie sortujemy partie po rozmiarze reszty $k \cdot \frac{n_i}{n} - \left\lfloor k \cdot \frac{n_i}{n} \right\rfloor$ i przypisujemy pozostałe miejsca do partii, które mają największe reszty.

Liczba miejsc parlamentarnych: $k = 10$.

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	6	7	39	48
dolna kwota	0	0	3	4
reszta	0.6	0.7	0.9	0.8

Metoda największych reszt

(aka metoda Hamiltona lub metoda Harea-Niemeyera)

1. Najpierw każdej partii przypisujemy dolną kwotę.
2. Następnie sortujemy partie po rozmiarze reszty $k \cdot \frac{n_i}{n} - \left\lfloor k \cdot \frac{n_i}{n} \right\rfloor$ i przypisujemy pozostałe miejsca do partii, które mają największe reszty.

Liczba miejsc parlamentarnych: $k = 10$.

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	6	7	39	48
dolna kwota	0	0	3	4
reszta	0.6	**0.7**	**0.9**	**0.8**
miejsca	0	1	4	5

Metoda największych reszt

(aka metoda Hamiltona lub metoda Harea-Niemeyera)

1. Najpierw każdej partii przypisujemy dolną kwotę.
2. N... y
   p...

Metoda największych reszt spełnia dolną i górną kwotę

Lic...

#g...				
dolna kwota	0	0	3	4
reszta	0.6	**0.7**	**0.9**	**0.8**
miejsca	0	1	4	5

Monotoniczność i Alabama Paradox

Monotoniczność względem rozmiaru parlamentu:

Jeżeli zwiększymy liczbę miejsc parlamentarnych k wtedy każda partia powinna otrzymać co najmniej tyle miejsc w parlamencie, co przed zwiększeniem.

Monotoniczność i Alabama Paradox

Monotoniczność względem rozmiaru parlamentu:
Jeżeli zwiększymy liczbę miejsc parlamentarnych k wtedy każda partia powinna otrzymać co najmniej tyle miejsc w parlamencie, co przed zwiększeniem.

Alabama paradox: metoda największych reszt nie jest monotoniczna!

	Partia 1	Partia 2	Partia 3
#głosów	6	6	2
wartość $k \cdot \frac{n_i}{n}$ dla $k = 10$	4.286	4.286	1.429
#miejsc dla $k = 10$	4	4	2

Monotoniczność i Alabama Paradox

Monotoniczność względem rozmiaru parlamentu:
Jeżeli zwiększymy liczbę miejsc parlamentarnych k wtedy każda partia powinna otrzymać co najmniej tyle miejsc w parlamencie, co przed zwiększeniem.

Alabama paradox: metoda największych reszt nie jest monotoniczna!

	Partia 1	Partia 2	Partia 3
#głosów	6	6	2
wartość $k \cdot \frac{n_i}{n}$ dla $k = 10$	4.286	4.286	1.429
#miejsc dla $k = 10$	4	4	2
wartość $k \cdot \frac{n_i}{n}$ dla $k = 11$	4.714	4.714	1.571
#miejsc $k = 11$	5	5	1

Monotoniczność i Alabama Paradox

Monotoniczność względem rozmiaru parlamentu:

Jeżeli zwiększymy liczbę miejsc parlamentarnych k wtedy każda partia powinna otrzymać co najmniej tyle miejsc w parlamencie, co przed zwiększeniem.

Alabama paradox: metoda największych reszt nie jest monotoniczna!

	Partia 1	Partia 2	Partia 3
#głosów	6	6	2
wartość $k \cdot \frac{n_i}{n}$ dla $k = 10$	4.286	4.286	1.429
#miejsc dla $k = 10$	4	4	**2**
wartość $k \cdot \frac{n_i}{n}$ dla $k = 11$	4.714	4.714	1.571
#miejsc $k = 11$	5	5	**1**

Metoda D'Hondta

(aka metoda Jeffersona lub metoda Hagenbacha-Bischoffa)

W każdym kroku przypisujemy jedno miejsce do jednej partii. Niech $s_i(r)$ oznacza liczbę miejsc przypisanych partii P_i do kroku r. W r-tym kroku przypisujemy miejsce partii P_i która maksymalizuje $\frac{n_i}{s_i(r)+1}$.

Metoda D'Hondta

(aka metoda Jeffersona lub metoda Hagenbacha-Bischoffa)

W każdym kroku przypisujemy jedno miejsce do jednej partii. Niech $s_i(r)$ oznacza liczbę miejsc przypisanych partii P_i do kroku r. W r-tym kroku przypisujemy miejsce partii P_i która maksymalizuje $\frac{n_i}{s_i(r)+1}$.

Liczba miejsc: $k = 10$

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	6	7	39	48

Metoda D'Hondta

(aka metoda Jeffersona lub metoda Hagenbacha-Bischoffa)

W każdym kroku przypisujemy jedno miejsce do jednej partii. Niech $s_i(r)$ oznacza liczbę miejsc przypisanych partii P_i do kroku r. W r-tym kroku przypisujemy miejsce partii P_i która maksymalizuje $\frac{n_i}{s_i(r)+1}$.

Liczba miejsc: $k = 10$

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	6	7	39	48
#głosów/2	3	3.5	19.5	24
#głosów/3	2	2.33	13	16
#głosów/4	1.5	1.75	9.75	12
#głosów/5	1.2	1.4	7.8	9.6
#głosów/6	1	1.17	6.5	8.0
#głosów/7	0.86	1	5.57	6.86

Metoda D'Hondta

(aka metoda Jeffersona lub metoda Hagenbacha-Bischoffa)

W każdym kroku przypisujemy jedno miejsce do jednej partii. Niech $s_i(r)$ oznacza liczbę miejsc przypisanych partii P_i do kroku r. W r-tym kroku przypisujemy miejsce partii P_i która maksymalizuje $\frac{n_i}{s_i(r)+1}$.

Liczba miejsc: $k = 10$

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	6	7	39	**48**
#głosów/2	3	3.5	19.5	24
#głosów/3	2	2.33	13	16
#głosów/4	1.5	1.75	9.75	12
#głosów/5	1.2	1.4	7.8	9.6
#głosów/6	1	1.17	6.5	8.0
#głosów/7	0.86	1	5.57	6.86

Metoda D'Hondta

(aka metoda Jeffersona lub metoda Hagenbacha-Bischoffa)

W każdym kroku przypisujemy jedno miejsce do jednej partii. Niech $s_i(r)$ oznacza liczbę miejsc przypisanych partii P_i do kroku r. W r-tym kroku przypisujemy miejsce partii P_i która maksymalizuje $\frac{n_i}{s_i(r)+1}$.

Liczba miejsc: $k = 10$

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	6	7	**39**	**48**
#głosów/2	3	3.5	19.5	24
#głosów/3	2	2.33	13	16
#głosów/4	1.5	1.75	9.75	12
#głosów/5	1.2	1.4	7.8	9.6
#głosów/6	1	1.17	6.5	8.0
#głosów/7	0.86	1	5.57	6.86

Metoda D'Hondta

(aka metoda Jeffersona lub metoda Hagenbacha-Bischoffa)

W każdym kroku przypisujemy jedno miejsce do jednej partii. Niech $s_i(r)$ oznacza liczbę miejsc przypisanych partii P_i do kroku r. W r-tym kroku przypisujemy miejsce partii P_i która maksymalizuje $\frac{n_i}{s_i(r)+1}$.

Liczba miejsc: $k = 10$

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	6	7	**39**	**48**
#głosów/2	3	3.5	19.5	**24**
#głosów/3	2	2.33	13	16
#głosów/4	1.5	1.75	9.75	12
#głosów/5	1.2	1.4	7.8	9.6
#głosów/6	1	1.17	6.5	8.0
#głosów/7	0.86	1	5.57	6.86

Metoda D'Hondta

(aka metoda Jeffersona lub metoda Hagenbacha-Bischoffa)

W każdym kroku przypisujemy jedno miejsce do jednej partii. Niech $s_i(r)$ oznacza liczbę miejsc przypisanych partii P_i do kroku r. W r-tym kroku przypisujemy miejsce partii P_i która maksymalizuje $\frac{n_i}{s_i(r) + 1}$.

Liczba miejsc: $k = 10$

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	6	7	**39**	**48**
#głosów/2	3	3.5	**19.5**	**24**
#głosów/3	2	2.33	13	16
#głosów/4	1.5	1.75	9.75	12
#głosów/5	1.2	1.4	7.8	9.6
#głosów/6	1	1.17	6.5	8.0
#głosów/7	0.86	1	5.57	6.86

Metoda D'Hondta

(aka metoda Jeffersona lub metoda Hagenbacha-Bischoffa)

W każdym kroku przypisujemy jedno miejsce do jednej partii. Niech $s_i(r)$ oznacza liczbę miejsc przypisanych partii P_i do kroku r. W r-tym kroku przypisujemy miejsce partii P_i która maksymalizuje $\frac{n_i}{s_i(r)+1}$.

Liczba miejsc: $k = 10$

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	6	7	**39**	**48**
#głosów/2	3	3.5	**19.5**	**24**
#głosów/3	2	2.33	13	**16**
#głosów/4	1.5	1.75	9.75	12
#głosów/5	1.2	1.4	7.8	9.6
#głosów/6	1	1.17	6.5	8.0
#głosów/7	0.86	1	5.57	6.86

Metoda D'Hondta

(aka metoda Jeffersona lub metoda Hagenbacha-Bischoffa)

W każdym kroku przypisujemy jedno miejsce do jednej partii. Niech $s_i(r)$ oznacza liczbę miejsc przypisanych partii P_i do kroku r. W r-tym kroku przypisujemy miejsce partii P_i która maksymalizuje $\frac{n_i}{s_i(r)+1}$.

Liczba miejsc: $k = 10$

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	6	7	**39**	**48**
#głosów/2	3	3.5	**19.5**	**24**
#głosów/3	2	2.33	**13**	**16**
#głosów/4	1.5	1.75	9.75	12
#głosów/5	1.2	1.4	7.8	9.6
#głosów/6	1	1.17	6.5	8.0
#głosów/7	0.86	1	5.57	6.86

Metoda D'Hondta

(aka metoda Jeffersona lub metoda Hagenbacha-Bischoffa)

W każdym kroku przypisujemy jedno miejsce do jednej partii. Niech $s_i(r)$ oznacza liczbę miejsc przypisanych partii P_i do kroku r. W r-tym kroku przypisujemy miejsce partii P_i która maksymalizuje $\frac{n_i}{s_i(r)+1}$.

Liczba miejsc: $k = 10$

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	6	7	**39**	**48**
#głosów/2	3	3.5	**19.5**	**24**
#głosów/3	2	2.33	**13**	**16**
#głosów/4	1.5	1.75	9.75	**12**
#głosów/5	1.2	1.4	7.8	9.6
#głosów/6	1	1.17	6.5	8.0
#głosów/7	0.86	1	5.57	6.86

Metoda D'Hondta

(aka metoda Jeffersona lub metoda Hagenbacha-Bischoffa)

W każdym kroku przypisujemy jedno miejsce do jednej partii. Niech $s_i(r)$ oznacza liczbę miejsc przypisanych partii P_i do kroku r. W r-tym kroku przypisujemy miejsce partii P_i która maksymalizuje $\frac{n_i}{s_i(r) + 1}$.

Liczba miejsc: $k = 10$

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	6	7	**39**	**48**
#głosów/2	3	3.5	**19.5**	**24**
#głosów/3	2	2.33	**13**	**16**
#głosów/4	1.5	1.75	**9.75**	**12**
#głosów/5	1.2	1.4	7.8	9.6
#głosów/6	1	1.17	6.5	8.0
#głosów/7	0.86	1	5.57	6.86

Metoda D'Hondta

(aka metoda Jeffersona lub metoda Hagenbacha-Bischoffa)

W każdym kroku przypisujemy jedno miejsce do jednej partii. Niech $s_i(r)$ oznacza liczbę miejsc przypisanych partii P_i do kroku r. W r-tym kroku przypisujemy miejsce partii P_i która maksymalizuje $\frac{n_i}{s_i(r)+1}$.

Liczba miejsc: $k = 10$

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	6	7	**39**	**48**
#głosów/2	3	3.5	**19.5**	**24**
#głosów/3	2	2.33	**13**	**16**
#głosów/4	1.5	1.75	**9.75**	**12**
#głosów/5	1.2	1.4	7.8	**9.6**
#głosów/6	1	1.17	6.5	8.0
#głosów/7	0.86	1	5.57	6.86

Metoda D'Hondta

(aka metoda Jeffersona lub metoda Hagenbacha-Bischoffa)

W każdym kroku przypisujemy jedno miejsce do jednej partii. Niech $s_i(r)$ oznacza liczbę miejsc przypisanych partii P_i do kroku r. W r-tym kroku przypisujemy miejsce partii P_i która maksymalizuje $\frac{n_i}{s_i(r)+1}$.

Liczba miejsc: $k = 10$

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	6	7	**39**	**48**
#głosów/2	3	3.5	**19.5**	**24**
#głosów/3	2	2.33	**13**	**16**
#głosów/4	1.5	1.75	**9.75**	**12**
#głosów/5	1.2	1.4	7.8	**9.6**
#głosów/6	1	1.17	6.5	**8.0**
#głosów/7	0.86	1	5.57	6.86

Metoda D'Hondta

(aka metoda Jeffersona lub metoda Hagenbacha-Bischoffa)

W każdym kroku przypisujemy jedno miejsce do jednej partii. Niech $s_i(r)$ oznacza liczbę miejsc przypisanych partii P_i do kroku r. W r-tym kroku przypisujemy miejsce partii P_i która maksymalizuje $\frac{n_i}{s_i(r)+1}$.

Liczba miejsc: $k = 10$

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	6	7	**39**	**48**
#głosów/2	3	3.5	**19.5**	**24**
#głosów/3	2	2.33	**13**	**16**
#głosów/4	1.5	1.75	**9.75**	**12**
#głosów/5	1.2	1.4	7.8	**9.6**
#głosów/6	1	1.17	6.5	**8.0**
#głosów/7	0.86	1	5.57	6.86
#miejsc	**0**	**0**	**4**	**6**

Metoda D'Hondta spełnia dolną kwotę

(aka metoda Jeffersona lub metoda Hagenbacha-Bischoffa)

W każdym kroku przypisujemy jedno miejsce do jednej partii. Niech $s_i(r)$ oznacza liczbę miejsc przypisanych partii P_i do kroku r. W r-tym kroku przypisujemy miejsce partii P_i która maksymalizuje $\frac{n_i}{s_i(r) + 1}$.

Metoda D'Hondta: górna kwota

(aka metoda Jeffersona lub metoda Hagenbacha-Bischoffa)

W każdym kroku przypisujemy jedno miejsce do jednej partii. Niech $s_i(r)$ oznacza liczbę miejsc przypisanych partii P_i do kroku r. W r-tym kroku przypisujemy miejsce partii P_i która maksymalizuje $\frac{n_i}{s_i(r)+1}$.

Liczba miejsc: $k = 10$

	Partia 1	Partia 2	Partia 3	Partia 4
#głosów	6	7	**39**	**48**
#głosów/2	3	3.5	**19.5**	**24**
#głosów/3	2	2.33	**13**	**16**
#głosów/4	1.5	1.75	**9.75**	**12**
#głosów/5	1.2	1.4	7.8	**9.6**
#głosów/6	1	1.17	6.5	**8.0**
#głosów/7	0.86	1	5.57	6.86
#miejsc	**0**	**0**	**4**	**6**

O co zatem chodzi z polskim parlamentem?

Komitet wyborczy[36][37]	Głosy			Mandaty		
	Liczba	%	+/−	Liczba	+/−	%
Prawo i Sprawiedliwość	8 051 935	**43,59**	▲ 6,01	**235**	–	51,09
KKW Koalicja Obywatelska PO .N iPL Zieloni	5 060 355	**27,40**	▼ 4,29[a]	**134**	▼ 32[b]	29,13
Sojusz Lewicy Demokratycznej	2 319 946	**12,56**	▲ 5,01[c]	**49**	▲ 49[d]	10,65
Polskie Stronnictwo Ludowe	1 578 523	**8,55**	▲ 3,42	**30**	▲ 14	6,52
Konfederacja Wolność i Niepodległość	1 256 953	**6,81**	—	**11**	—	2,39
KWW Mniejszość Niemiecka	32 094	**0,17**	▼ 0,01	**1**	–	0,22

O co zatem chodzi z polskim parlamentem?

Komitet wyborczy[36][37]	Głosy			Mandaty		
	Liczba	%	+/–	Liczba	+/–	%
Prawo i Sprawiedliwość	8 051 935	**43,59**	▲ 6,01	**235**	–	51,09
KKW Koalicja Obywatelska PO .N iPL Zieloni	5 060 355	**27,40**	▼ 4,29[a]	**134**	▼ 32[b]	29,13
Sojusz Lewicy Demokratycznej	2 319 946	**12,56**	▲ 5,01[c]	**49**	▲ 49[d]	10,65
Polskie Stronnictwo Ludowe	1 578 523	**8,55**	▲ 3,42	**30**	▲ 14	6,52
Konfederacja Wolność i Niepodległość	1 256 953	**6,81**	—	**11**	—	2,39
KWW Mniejszość Niemiecka	32 094	**0,17**	▼ 0,01	**1**	–	0,22

Proporcjonalność względem afiliacji partyjnej i regionu geograficznego.

Metoda D’Hondta niezależnie w okręgach

	P1	P2
głosy	450	550
miejsca	4	6

$$k = 10$$

Okręg 1

Proporcjonalność względem afiliacji partyjnej i regionu geograficznego.

Metoda D'Hondta niezależnie w okręgach

	P1	P2
głosy	450	550
miejsca	4	6

$k = 10$

Okręg 1

...

	P1	P2
głosy	450	550
miejsca	4	6

$k = 10$

Okręg 40

Proporcjonalność względem afiliacji partyjnej i regionu geograficznego.

Metoda D’Hondta niezależnie w okręgach

	P1	P2
głosy	450	550
miejsca	4	6

$k = 10$

Okręg 1

...

	P1	P2
głosy	450	550
miejsca	4	6

$k = 10$

Okręg 40

	P1	P2
miejsca	160	240

Metoda D'Hondta niezależnie w okręgach

	P1	P2
głosy	450	550
miejsca	4	6

$$k = 10$$

Okręg 1

...

	P1	P2
głosy	450	550
miejsca	4	6

$$k = 10$$

Okręg 40

	P1	P2
miejsca	160	240
dolna kwota	180	220

Czy jesteśmy skazani na nieproporcjonalność?

Czy jesteśmy skazani na nieproporcjonalność?

NIE!

Czy jesteśmy skazani na nieproporcjonalność?

NIE!

Bi-apportionment

Nowoczesne metody wyboru komitetów

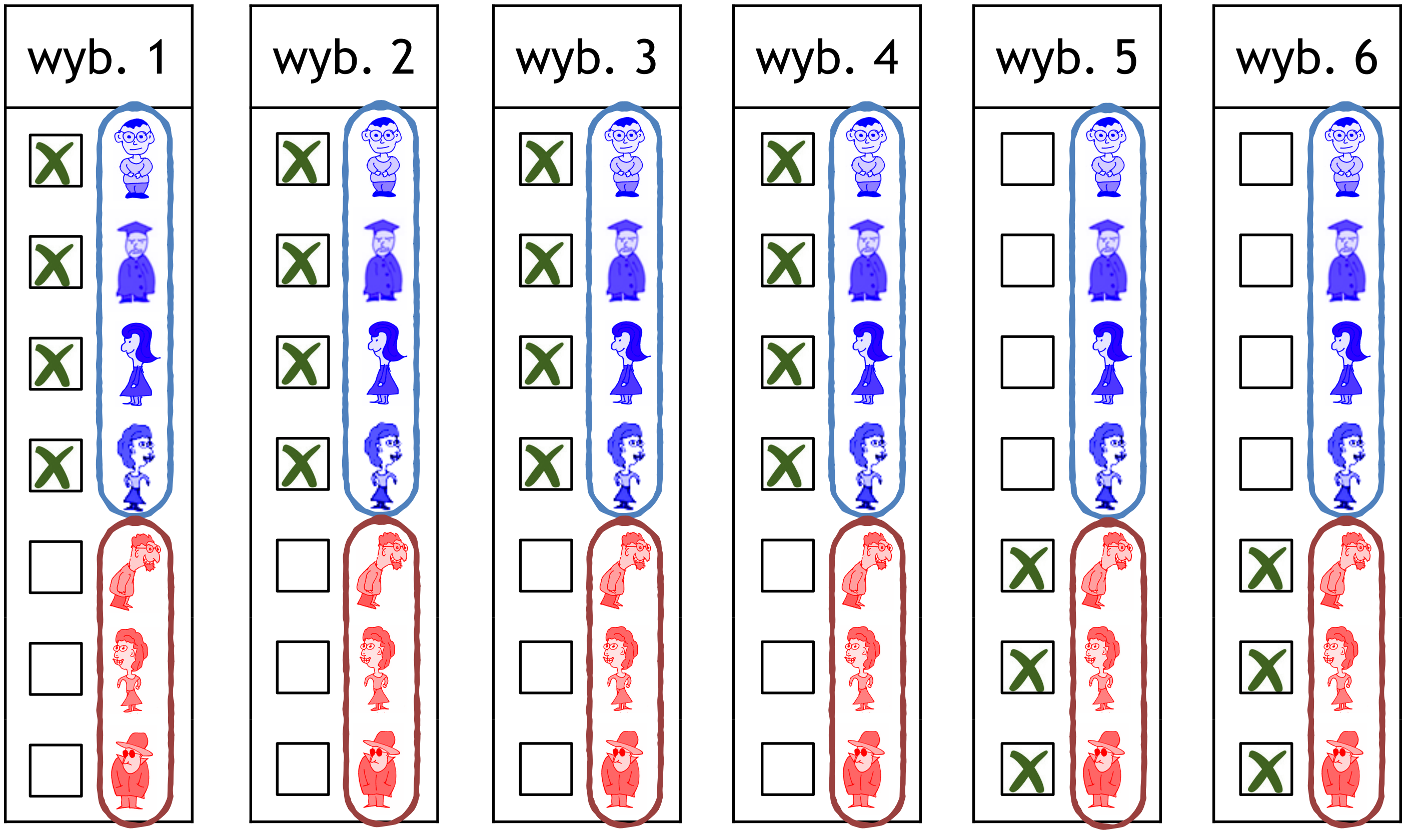
Czy jesteśmy skazani na nieproporcjonalność?

NIE!

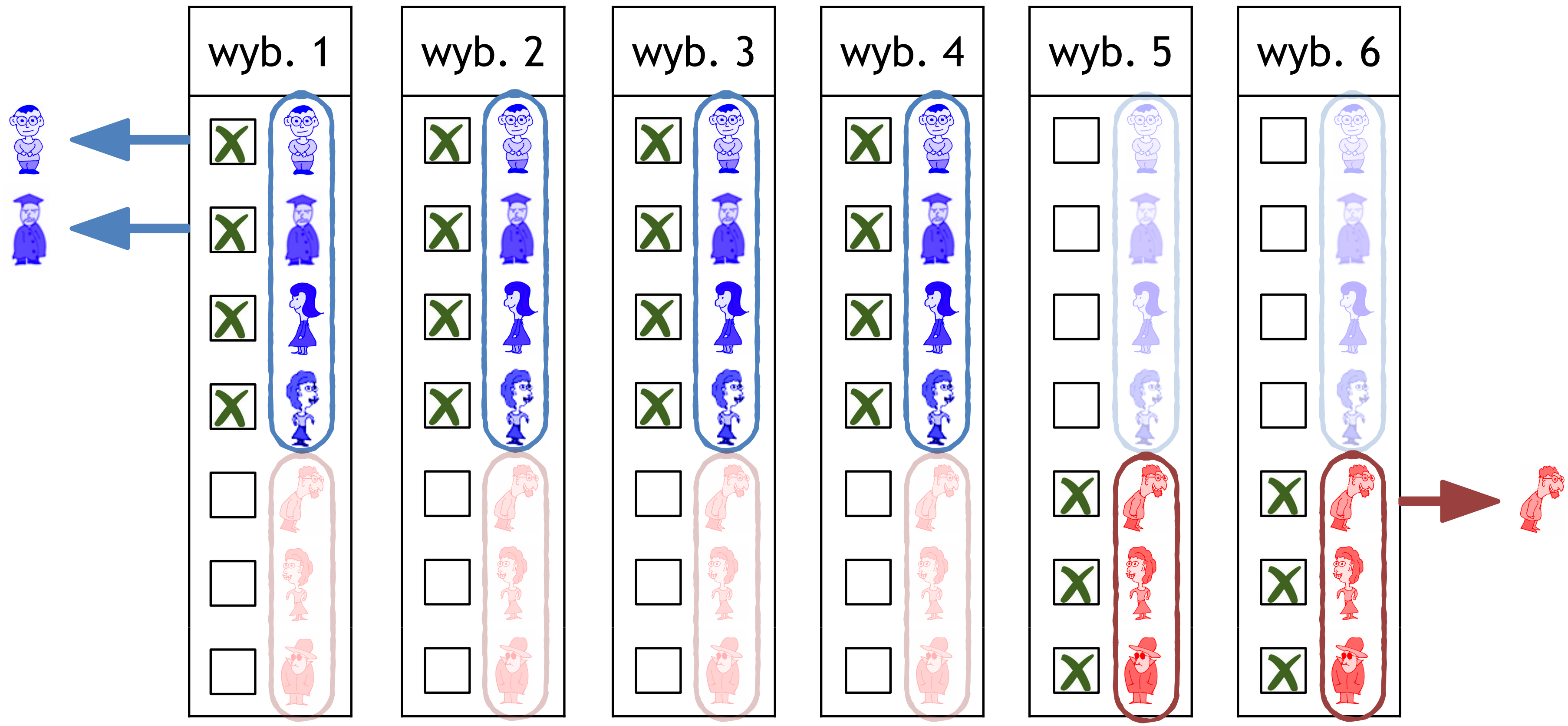
Bi-apportionment

Nowoczesne metody wyboru komitetów

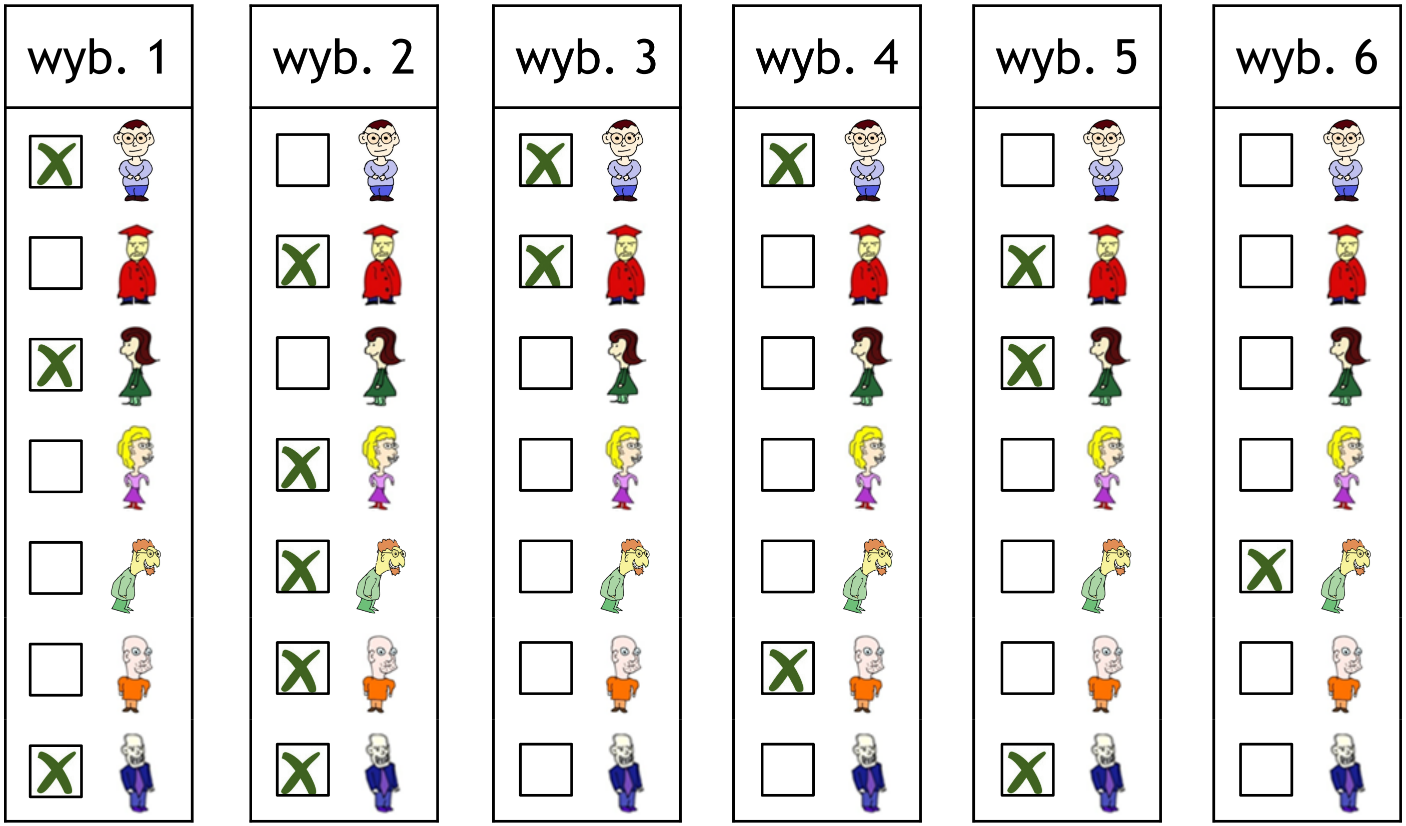
Wybory na indywidualnych kandydatów



Wybory na indywidualnych kandydatów



Wybory na indywidualnych kandydatów

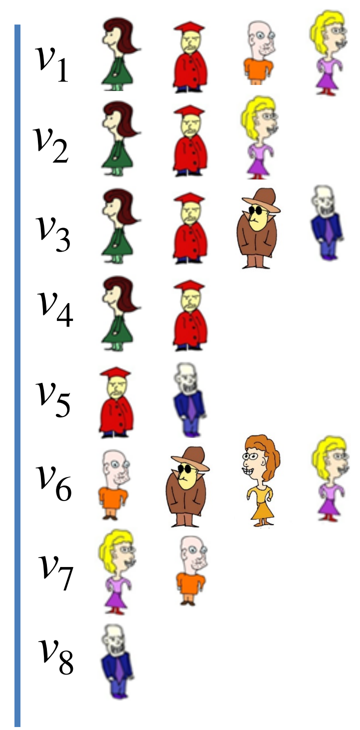


Proportional Approval Voting (PAV)

Dla każdego podzbioru kandydatów liczymy punkty, które ten podzbiór uzyskał od wyborców. Wybieramy ten podzbiór, który uzyskał najwięcej punktów.

Proportional Approval Voting (PAV)

Dla każdego podzbioru kandydatów liczymy punkty, które ten podzbiór uzyskał od wyborców. Wybieramy ten podzbiór, który uzyskał najwięcej punktów.



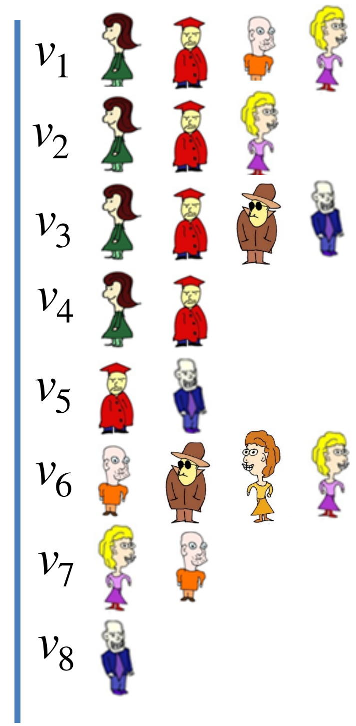
Proportional Approval Voting (PAV)

Dla każdego podzbioru kandydatów liczymy punkty, które ten podzbiór uzyskał od wyborców. Wybieramy ten podzbiór, który uzyskał najwięcej punktów.

Rozważmy komitet: 

Punkty od wyborców:

$$v_1 : \; 1 + \frac{1}{2}$$



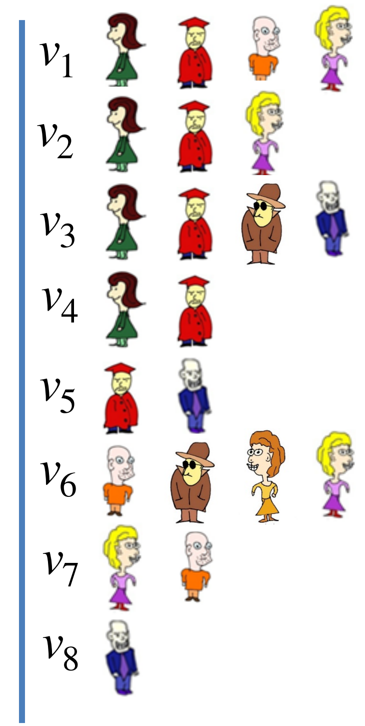
Proportional Approval Voting (PAV)

Dla każdego podzbioru kandydatów liczymy punkty, które ten podzbiór uzyskał od wyborców. Wybieramy ten podzbiór, który uzyskał najwięcej punktów.

Rozważmy komitet: 

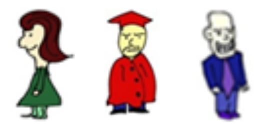
Punkty od wyborców:

$v_1 :\ 1 + \frac{1}{2}$ $\qquad$ $v_2 :\ 1 + \frac{1}{2}$



Proportional Approval Voting (PAV)

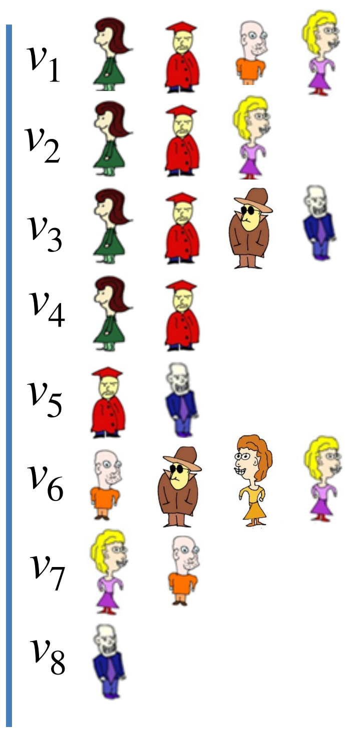
Dla każdego podzbioru kandydatów liczymy punkty, które ten podzbiór uzyskał od wyborców. Wybieramy ten podzbiór, który uzyskał najwięcej punktów.

Rozważmy komitet: 

Punkty od wyborców:

$v_1: \ 1 + \frac{1}{2}$ $\qquad$ $v_2: \ 1 + \frac{1}{2}$

$v_3: \ 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$



Proportional Approval Voting (PAV)

Dla każdego podzbioru kandydatów liczymy punkty, które ten podzbiór uzyskał od wyborców. Wybieramy ten podzbiór, który uzyskał najwięcej punktów.

Rozważmy komitet: 

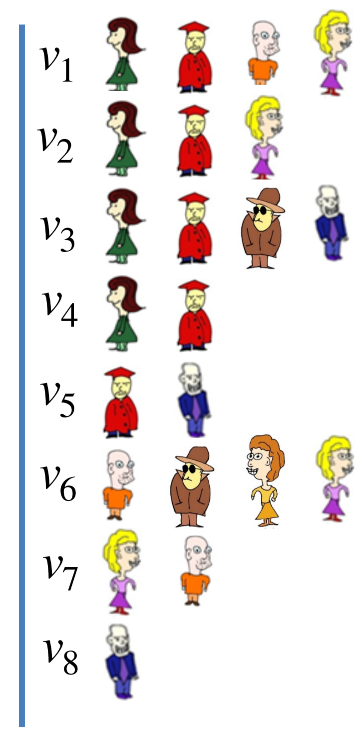
Punkty od wyborców:

$v_1: 1 + \frac{1}{2}$ $\quad$ $v_2: 1 + \frac{1}{2}$

$v_3: 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ $\quad$ $v_4: 1 + \frac{1}{2}$

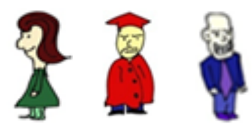
$v_5: 1 + \frac{1}{2}$ $\quad$ $v_6: 0$

$v_7: 0$ $\quad$ $v_8: 1$



Proportional Approval Voting (PAV)

Dla każdego podzbioru kandydatów liczymy punkty, które ten podzbiór uzyskał od wyborców. Wybieramy ten podzbiór, który uzyskał najwięcej punktów.

Rozważmy komitet: 

Punkty od wyborców:

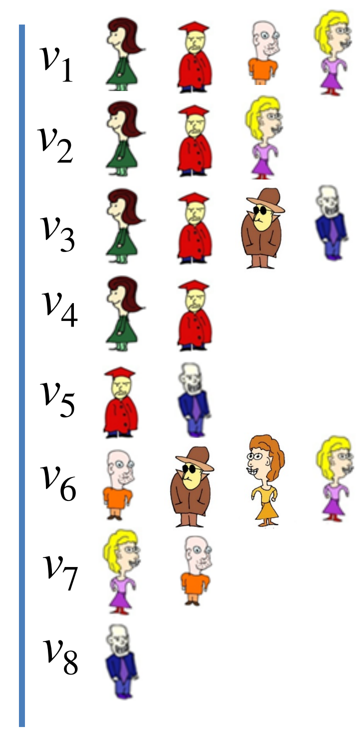
$v_1: 1 + \frac{1}{2}$ $v_2: 1 + \frac{1}{2}$

$v_3: 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ $v_4: 1 + \frac{1}{2}$

$v_5: 1 + \frac{1}{2}$ $v_6: 0$

$v_7: 0$ $v_8: 1$

Suma punktów = $8 + \frac{5}{6}$



Więcej o proporcjonalności PAV

Proporcjonalność bez partii politycznych

Piotr Skowron

Uniwersytet Warszawski

Innym klasycznym modelem, rozważanym w ramach teorii wyboru społecznego, jest model oparty o rankingi. Wtedy wymagamy, aby wyborcy uszeregowali kandydatów od najbardziej do najmniej preferowanego. W takim modelu przykład preferencji wyborców może wyglądać następująco:

Model, w którym wyborcy wskazują kandydatów których akceptują jest jednak szczególnie atrakcyjny. W takim systemie głosowania wyborcom stosunkowo łatwo jest oddać głos, podczas gdy uszeregowanie, nawet tylko kilkunastu kandydatów, jest dużo trudniejsze.

Rozważmy następujący scenariusz: n wyborców pragnie wybrać komitet, czyli podzbiór kandydatów o ustalonej liczebności. Oznaczmy zbiór wyborców jako $N = \{1, 2, \ldots n\}$, zbiór kandydatów jako $C = \{c_1, \ldots, c_m\}$ (w szczególności n i m to, odpowiednio, liczba wyborców i liczba kandydatów), a rozmiar komitetu, który chcemy wyłonić jako k (przy czym $k \leq m$). Na przykład, wyobraźmy sobie, że wyborcy chcą wybrać parlament o rozmiarze k w małym kraju, w którym nie zaistniała jeszcze koncepcja partii politycznych (w związku z czym muszą głosować bezpośrednio na kandydatów, a nie na partie polityczne), lub że pracownicy pewnej firmy lub organizacji chcą wybrać k osób, które będą ich reprezentować w związkach zawodowych. Załóżmy, że każdy z wyborców głosuje wskazując podzbiór kandydatów, których uważa za akceptowalnych: dla wyborcy $i \in N$ taki podzbiór akceptowalnych kandydatów będziemy oznaczać przez $A(i)$. Pokażemy, że wskazanie "sprawiedliwego" sposobu przeprowadzenia takich wyborów jest nieoczywiste.

Przykład 1. *Przyjmijmy, że $n = 800$, $m = 9$, a głosy wyborców są następujące:*

400 wyborców akceptuje:{ , , , }

200 wyborców akceptuje:{ , , }

200 wyborców akceptuje:{ , }

Przypuśćmy, że $k = 4$. Jaki komitet powinien zostać wybrany w tym przypadku? Komitet $S = \{$, , , $\}$ wydaje się być rozsądnym wyborem.[1] *Taki komitet jest* proporcjonalny — *dla każdej z trzech grup wyborców, liczba wybranych kandydatów których ci wyborcy aprobują jest proporcjonalna do liczby wyborców w tej grupie.*

Preferencje wyborców w Przykładzie 1 mają pewną specyficzną strukturę: dla każdych dwóch wyborców, ich zbiory akceptowalnych kandydatów są takie same lub rozłączne. Pozwala to pogrupować wyborców i kandydatów w taki sposób, że wskazanie proporcjonalnego komitetu jest proste i intuicyjne. Co jednak, gdy mamy do czynienia z bardziej złożonymi i "chaotycznymi" preferencjami?

Więcej o proporcjonalności PAV

Proporcjonalność bez partii politycznych

Piotr Skowron

Uniwersytet Warszawski

Więcej o teorii wyboru społecznego:

https://www.mimuw.edu.pl/~ps219737/courses/scw/comsoc.html

uszeregowanie, nawet tylko kilkunastu kandydatów, jest dużo trudniejsze.

Preferencje wyborców w Przykładzie 1 mają pewną specyficzną strukturę: dla każdych dwóch wyborców, ich zbiory akceptowalnych kandydatów są takie same lub rozłączne. Pozwala to pogrupować wyborców i kandydatów w taki sposób, że wskazanie proporcjonalnego komitetu jest proste i intuicyjne. Co jednak, gdy mamy do czynienia z bardziej złożonymi i "chaotycznymi" preferencjami?